

OBSAH

1	Vzťahy medzi posunutím a deformáciou. Geometrické rovnice	10
1.1	Malé deformácie	10
1.2	Veľké deformácie	13
2	Matice nelineárneho prútového prvku (veľké posunutia, veľké rotácie, malé deformácie)	17
2.2	Tangenciálna matica tuhosti prvku	20
2.3	Totálna a aktualizovaná Lagrangeovská formulácia	21
2.3.1	Riešenie nelineárnej prútovej sústavy pomocou totálnej Lagrangeovskej formulácie	22
2.3.2	Výpočet prútovej sústavy v programovom prostredí Mathematica	5 23
3	Napätie. Diferenciálne rovnice rovnováhy. Princíp virtuálnych posunutí	28
3.1	Napätie	28
3.2	Transformácia napätia na pravouhlé roviny diferenciálneho elementu	29
3.3	Vyjadrenie všeobecného napätia v jeho rovine pomocou zložiek	30
3.4	Analýza napätia v bode telesa	31
3.5	Diferenciálne rovnice rovnováhy	31
3.6	Princíp virtuálnych posunutí	33
4	Kinematika konečných (veľkých) deformácií	35
4.1	Pohyb telesa. Materiálové a priestorové súradnice	35
4.2	Deformačný gradient. Natiahnutie (stretch)	37
4.3	Miery deformácie	38
4.4	Polárny rozklad deformačného gradientu	43
4.5	Zmena objemu	46
4.6	Zmena plochy	49
4.7	Miery rýchlosti deformácie	50
4.8	Fyzikálna interpretácia tenzora rýchlosti deformácie	52
5	Alternatívne miery napätia	54
6	Totálna Lagrangeovská formulácia	57
7	Lagrangeovská formulácia geometricky nelineárneho prvku rovinatej napätosti	61
8	Určenie matíc prvku priamo z diferenciálnych rovníc úlohy	74
8.1	Princíp Galerkinovej metódy	74
8.2	Slabá forma diferenciálnej rovnice	75
8.3	Určenie matíc prvku	75
8.4	Príklad na ilustráciu postupu	77
8.5	Nelineárna diferenciálna rovnica	79
8.5.1	Určenie matíc prvku	80
8.6	Jednorozmerný nelineárny prenos tepla vedením a prúdením	81
8.7	Príklad na nelineárne vedenie tepla	83

8.7.1	Zadanie a exaktné riešenie	83
8.7.2	Zostavenie aproximačných rovníc MKP	83
8.8	Princíp Newton-Raphsonovej metódy a výpočet príkladu	84
9	Doskové konečné prvky	88
9.1	1. Základné pojmy	88
9.2	Kinematické rovnice Kirchhoffovho a von Kármánovho modelu dosky	89
9.3	Teória Kirchhoffovej dosky zaťaženej len v priečnom smere	90
9.4	Určenie matíc prvku Kirchhoffovej dosky zaťaženej len v priečnom smere	93
9.5	Pravouhlý štvoruzlový prvok Kirchhoffovej dosky	95
9.6	Príklad - štvorcová voľne podopretá doska zaťažená konštantným tlakom	96
9.7	Nelineárny prvok von Kármánovej dosky	99
9.8	Príklad - Štvorcová na obvode tuho votknutá nelineárna doska zaťažená tlakom	103
9.9	Koncept Mindlin - Reissnerovej dosky	107
9.10	Nelineárny prvok Mindlin-Reissnerovej dosky	108
9.11	Príklad - Pravouhlý štvoruzlový nelineárny prvok Mindlin-Reissnerovej dosky	112
10	Konštitutívne rovnice hyperelastického materiálu	116
11	Pružne-plastické úlohy s malými deformáciami	127
11.1	Jednoosový pružne-plastický materiálový model	127
11.2	Funkcia plasticity a kritérium plasticity	130
11.3	Zákon plastického tečenia. Podmienky plastického zaťaženia a elastického odľahčenia. Spevňovanie materiálu	130
11.4	Podmienka konzistencie. Určenie plastického násobku.	131
11.5	Všeobecný pružne-plastický konštitutívny model	132
11.6	Kritérium plasticity, plastický potenciál, zákon plastického tečenia a zákon spevňovania	133
11.7	Všeobecná termodynamická formulácia spevňovacích funkcií	134
11.8	Určenie plastického násobku a pružne-plastického tangenciálneho modulu	134
11.9	Napätové invarianty	136
12	Von Misesov materiálový model s izotropným spevňovaním	138
12.1	Kritérium plasticity	138
12.2	Zákon plastického tečenia	141
12.3	Spevňovanie materiálu	142
12.4	Prírastkové diferenciálne konštitutívne rovnice a pružne-plastický materiálový modul	144
13	Numerická integrácia konštitutívnych rovníc	147
13.1	Prírastkové riešenie pružne-plastickej úlohy	147
13.2	Numerická integrácia metódou elastický prediktor-plastický korektor	148
13.3	Numerická integrácia nelineárnych rovníc von Misesovho materiálového modelu	150
14	Pružne-plastická úloha rovinnej napätosti	162
14.1	Rovinná napätosť pri elastickom zaťažovaní	162
14.2	Von Misesov pružne-plastický model rovinnej napätosti	163
14.3	Určenie napätia metódou elastický prediktor/projekcia na najbližší bod	164

14.4	Maticová formulácia pružne-plastických rovníc rovinnej napätosti	169
14.5	Rovnice návratu napäťového bodu na čiaru plasticity (plastický korektor)	171
14.6	Určenie plastického násobku z podmienky konzistencie	171
14.7	Výpočet plastického násobku pomocou Newton-Raphsonovej metódy	173
14.8	Spracovanie maticových vzťahov v jazyku FORTRAN	173
14.9	Konzistentný tangenciálny materiálový modul	176
14.10	Určenie konzistentného materiálového modelu v jazyku FORTRAN	178
15	Viskoelasticita	181
15.1	Jednorozmerné viskoelastické modely	183
15.2	Jednorozmerný model zaťažený časovo premenlivým zaťažením	192
15.3	Viacrozmerná viskoelasticita	194
15.4	Vplyv teploty	198
16	Viskoplasticita	204
16.1	Integračný algoritmus von Misesovho viskoplastického modelu	208
16.2	Krípové modely bez plochy plastického tečenia	214
17	Prenos tepla	218
17.1	Tri spôsoby prenosu tepla	218
17.2	Základné vzťahy	218
17.3	Rovnica vedenia tepla	220
17.4	Príklad jednorozmerného prenosu tepla	222
17.5	Numerické metódy riešenia úloh vedenia tepla	225
17.5.1	Ritzova metóda	225
17.5.2	Variačná metóda (Rayleigh-Ritzova metóda)	226
17.5.3	Metódy vážených zvyškov	228
17.5.4	Kolokačná metóda	229
17.5.5	Metóda najmenších štvorcov	230
17.5.6	Galerkinova metóda	231
17.6	Silné a slabé riešenie úlohy okrajových hodnôt	231
17.7	Riešenie jednorozmernej úlohy pomocou MKP	233
17.8	Riešenie príkladu pomocou programu ANSYS	239
17.9	Priestorové teleso	242
17.9.	Geometrická diskretizácia úlohy. Matice prvku a telesa	244
18	Prenos tepla radiáciou	248
18.1	Základné pojmy	248
18.2	Konfiguračné faktory plôch	251
18.3	Výpočet prenosu tepla radiáciou v programe ANSYS	254
19	Skupenské fázové premeny - topenie (tavenie) a tuhnutie	260
19.1	Základné pojmy	260
19.2	Formulácia úlohy	262
19.3	Entalpická metóda riešenia úloh topenia a tuhnutia	263
20	Dynamika tekutín	270
20.1	Základné pojmy	270

20.2 Lagrangeov a Eulerov popis prúdenia tekutín	272
20.3 Materiálová derivácia v Eulerovej formulácii	273
20.4 Prúdnice a trajektórie	274
20.5 Zákon zachovania hmotnosti - rovnica kontinuity	279
20.6 Zákon zachovania hybnosti - pohybová rovnica	280
20.7 Konštitutívne vzťahy pre tekutiny newtonovského typu	283
20.8 Zákon zachovania energie - rovnica energie	287
20.9 Začiatkové a okrajové podmienky	289
21 Turbulencia	293
21.1 Turbulentné prúdenie a jeho modelovanie	293
21.2 RANS rovnice a Reynoldsove napätia	296
21.3 Boussinesqova hypotéza	297
21.4 Modelovanie prúdenia v blízkosti steny	298
21.5 Vplyv drsnosti steny	303
21.6 Štandardný k- model a jeho modifikácie	311
21.7 Určovanie vstupných parametrov turbulentného prúdenia	312
21.8 Riešenie úlohy pomocou programu Ansys Fluent	315
21.8.1 Geometria oblasti	315
21.8.2 Tvorba siete a klasifikácia jej okrajov	318
21.8.3 Zadanie úlohy vo Fluente	320
21.8.4 Analýza výsledkov (Fluent postprocesor)	322
22 Prenos tepla konvekciou (prúdením)	325
22.1 Tepelná medzná vrstva	325
22.2 Nusseltovo číslo	327
22.3 Prandtlovo číslo	327
22.4 Prestup tepla konvekciou v kruhovom potrubí – všeobecne platné vzťahy	329
22.4.1 Stredná (priemerná) teplota	331
22.4.2 Konštantný tepelný tok	332
22.4.3 Konštantná teplota steny	333
22.5 Teplotný profil a koeficient pri laminárnom prúdení v potrubí – analytické riešenie	336
22.5.1 Konštantný tepelný tok	337
22.5.2 Konštantná teplota steny	338
22.6 Niektoré korelačné vzťahy – laminárne a turbulentné prúdenie v potrubí	338
22.7 Riešenie úlohy pomocou programu Ansys Fluent	342
22.7.1 Geometria oblasti	342
22.7.2 Tvorba siete a klasifikácia jej okrajov	344
22.7.3 Zadanie úlohy vo Fluente	345
22.7.4 Analýza výsledkov (Fluent + CFD-Post)	347
23 Analýza vzázaných fyzikálnych polí	350
23.1 Úvod a základné pojmy	350
23.2 Mechanicko-tepelná väzba	352
23.2.1 Termoelasticita	356
23.2.2 Termoplastičita	363
23.3 Väzba fluidného a mechanického poľa	363

23.3.1	Riešenie jednosmerne zviazanej úlohy pomocou fyzikálnych modelov (Physics)	364
23.3.2	Riešenie obojsmerne zviazanej úlohy pomocou fyzikálnych modelov (Physics)	369
24	Elektromagnetické pole	379
24.1	Úvod a základné pojmy	379
24.2	Elektrické pole	380
24.3	Stacionárne magnetické pole	390
24.4	Magnetické pole v okolí prúdovodičov a cievok	392
24.5	Elektromagnet a jeho silové účinky	401
24.6	Obvod s permanentným magnetom	408
25	Kontakt telies	416
25.1	Úvod	416
25.2	Základné pojmy	417
25.3	Metódy riešenia	418
25.3.1	Metóda Lagrangeových multiplikátorov	419
25.3.2	Pokutová metóda	421
25.3.3	Rozšírená Lagrangeova metóda	422
25.3.4	Kontakt s trením	424
25.4	Problematika formulácie a riešenia všeobecnej kontaktnej úlohy pomocou MKP	426
25.4.1	Podmienky kontaktu	427
25.4.2	Formulácia kontaktnej úlohy	430
26	Výpočtové postupy MKP v akustike	434
26.1	Niektoré základné pojmy z akustiky	434
26.2	Vlnové rovnice	437
26.3	Riešenie jednorozmernej vlnovej rovnice	440
26.4	Princíp tvorby základných matíc konečného akustického prvku.	443
26.5	Modálna analýza	447
26.6	Harmonická analýza	450
26.7	Interakcia zvuku a konštrukcie	454
27	Bibliografia	459