D 21 Prenos tepla konvekciou (prúdením)

Prenos tepelnej energie prúdením tekutiny sa nazýva *konvekcia*. Vo všeobecnosti sa tým nemyslí len prenos tepla objemovým prúdom tekutiny (advekcia), ale zároveň aj súčasný prenos tepla vedením (tepelnou difúziou) [D16] prebiehajúci v pohybujúcom sa objeme tekutiny najmä v blízkosti steny účinkom gradientov teploty.

Ak prúdenie tekutiny pri prenose tepla spôsobujú len vztlakové sily vyvolané rozdielnymi mernými hmotnosťami teplej a studenej tekutiny v gravitačnom poli, potom sa takáto konvekcia nazýva *voľná* (*prirodzená*). Ak pohyb tekutiny vyvolávajú vonkajšie sily (od čerpadla, ventilátora a pod.) potom je to konvekcia *nútená* (*umelá*). Prenos tepla spojený s varom a kondenzáciou tekutín sa tiež zaraďuje do kategórie tepelnej konvekcie.

Už priamo z názvu vyplýva, že tento typ prenosu tepla úzko súvisí s teóriou prúdenia a je pochopiteľné, že táto kapitola nadväzuje na teóriu a numerickú analýzu dynamiky tekutín ([D19, D20]). Opäť je treba rozlišovať laminárne a turbulentné prúdenie, nedá sa vyhnúť významnej úlohe medznej vrstvy a, samozrejme, do výpočtového procesu sa už teraz okrem rovnice kontinuity a pohybových rovníc zapája aj rovnica energie.

I keď nás zaujíma predovšetkým aplikácia numerických metód CFD na riešenie základných diferenciálnych rovníc prúdenia s konvektívnym prenosom tepla, je užitočné sa aspoň trochu zoznámiť so základným postupom približného riešenie jednoduchších úloh pomocou analyticko-experimentálne určených korelácií platných pre tento spôsob prenosu tepla. Je to vhodný úvod do tejto problematiky a príležitosť zopakovať si základné pojmy z tejto oblasti.

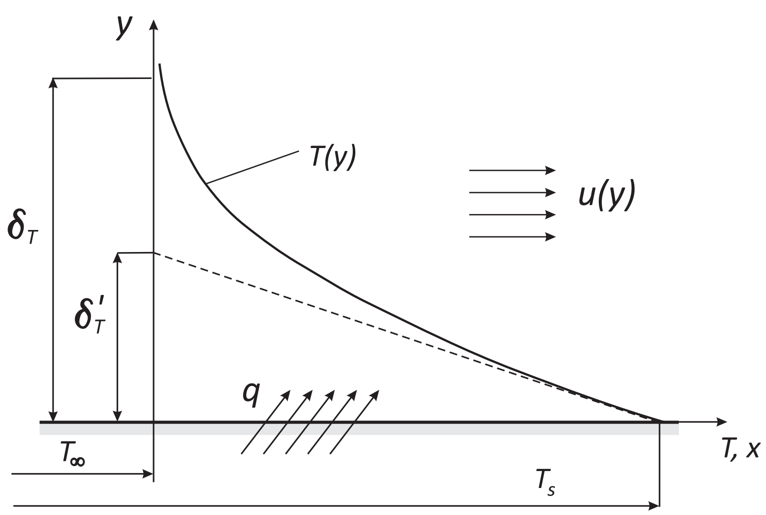
Pri konvekcii je bežné, že veľký počet nezávislých premenných sa v analyticko-experimentálnych vzťahoch redukuje pomocou bezrozmerných podobnostných čísiel. Dôležitou charakteristikou samotného prúdenia je Reynoldsovo číslo [D19], ktoré vyjadruje pomer medzi zotrvačnými a viskóznymi silami

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{uL}{\upsilon} \qquad [-] \tag{1}$$

kde ρ [kg] je hustota tekutiny, u [m/s] je charakteristická rýchlosť prúdenia, L [m] je charakteristický rozmer steny (resp. telesa), μ [kg/(m$\cdot$s)] je dynamická viskozita tekutiny a $\upsilon = \mu/\rho$ $[\mathrm{m^2/s}]$ kinematická viskozita. Keď je s prúdením spojený aj prenos tepla konvekciou, stretneme sa z ďalšími charakteristikami, ktoré si vysvetlíme podrobnejšie.

Tepelná medzná vrstva

Uvažujme stenu, v ktorej okolí v smere x prúdi tekutina (obr. 1). Teplota tekutiny veľmi ďaleko od steny je T_∞ a teplota steny $T_s > T_\infty$ sa prívodom tepla do steny udržuje na konštantnej hodnote. Jedná sa teda o jednoduchý prípad ohrievania prúdiacej tekutiny; zo steny do tekutiny prúdi tepelná energia s hustotou q $[\mathrm{W/m^2}]$.



Obr. 1 *Tepelná medzná vrstva*

Pretože priamo pri stene je rýchlosť prúdenia tekutiny nulová, je oprávnený predpoklad, že teplota tekutiny pri stene je tu tiež T_s. Tieto rýchlostné a teplotné pomery pri stene vytvoria pri vyšších hodnotách Re tenkú *tepelnú medznú vrstvu* s vysokým teplotným spádom (teplotným gradientom) o hrúbke δ_T. Hrúbka tepelnej medznej vrstvy je *y*-ová (resp. normálová, pri zakrívenej stene) vzdialenosť pri ktorej už teplota tekutiny $T \equiv T(y)$ prakticky nie je ovplyvnená teplotou steny a platí

$$T_s - T = 0{,}99(T_s - T_\infty) \tag{2}$$

Rýchlosť prúdiacej tekutiny v tepelnej medznej vrstve je malá, prevláda tu prenos tepla vedením podľa Fourierovho vzťahu a pri nulovom gradiente teploty v smere x platí

$$q = -\lambda \frac{dT}{dy} \tag{3}$$

kde λ [W/(mK)] je *súčiniteľ tepelnej vodivosti tekutiny*.

Funkciu $T(y)$ v (3) zlinearizujeme pomocou hraničných teplôt a dostaneme známy a často využívaný Newtonov zákon ochladzovania

$$q = \frac{\lambda}{\delta_T'}(T_s - T_\infty) = h(T_s - T_\infty) \qquad [W/\mathrm{m}^2] \tag{4}$$

s *koeficientom prestupu tepla konvekciou* h $[\mathrm{W/(m^2K)}]$.

I keď vzťah (4) predstavuje silné zjednodušenie problematiky konvektívneho prestupu tepla, možno ho úspešne použiť pri mnohých praktických problémoch. Rozhodujúce je dostatočne presné určenie koeficientu prestupu tepla pri konkrétnej úlohe. Koeficient h totiž nezávisí len od vlastností tekutiny (hustota, viskozita, tepelná vodivosť, merné teplo), ale závisí aj od viacerých ďalších parametrov, ako je typ prúdenia (laminárne, turbulentné), tvarová a povrchová štruktúra steny, tlakový gradient a teplota.

Nusseltovo číslo

Priamo pri stene možno hustotu tepelného toku vyjadriť podľa (3) a porovnať so (4)

$$-\lambda \frac{d}{dy}(T - T_s)\bigg|_{y=0} = h(T_s - T_\infty) \tag{5}$$

Po vynásobení oboch strán rovnice charakteristickým rozmerom steny (resp. telesa) L a úprave dostávame bezrozmerný pomer

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} = \frac{\left.\dfrac{d(T - T_s)}{dy}\right|_{y=0}}{\dfrac{T_s - T_\infty}{L}} \qquad [-] \tag{6}$$

kde $Nu = hL/\lambda$ je *Nusseltovo číslo*, ktoré vyjadruje pomer medzi konvektívnym a konduktívnym prenosom tepla v danej lokalite za tých istých podmienok. L je charakteristická dĺžka pre daný problém. Malé hodnoty Nusseltovho čísla blízko jednotkovej hodnoty naznačujú laminárne prúdenie s malým konvektívnym odvodom tepla a významným vplyvom kondukcie. Vysoké hodnoty (100 až 1000) sa objavujú pri turbulentnom prúdení s prevládajúcim konvektívnym prestupom tepla a malým podielom kondukcie. Ak sa lokálne veličiny h a Nu pozdĺž steny menia, v takom prípade sa možno stretnúť aj s integrálne spriemerovanými hodnotami $\overline{h}$ (a $\overline{Nu}$) po príslušnej ploche S alebo príslušnej dĺžke ℓ

$$\overline{h} = \frac{1}{S}\int_{(S)} h\,dS \qquad \overline{h} = \frac{1}{\ell}\int_{(\ell)} h\,d\ell \tag{7}$$

Prandtlovo číslo

Tretiu bezrozmernú charakteristiku a jej fyzikálny význam pri nútenej konvekcii možno objasniť pri aplikácii energetickej rovnice na podmienky platiace v oblasti tepelnej medznej vrstvy prúdiaceho média. Táto rovnica pre ustálené nestlačiteľné 2D prúdenie tekutiny bez objemových síl má tvar

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\mu\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right]-\left(u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}\right) \tag{8}$$

kde c_p [J/(kgK)] je izobarické merné teplo tekutiny.

Keď sa do tejto rovnice zavedú zjednodušujúce predpoklady platné v oblasti medznej vrstvy

1. Medzná vrstva je tenká ($Re \gg 1$, rýchlosť v smere y zanedbateľná)
2. Medzná vrstva je laminárna
3. Voľná konvekcia je zanedbateľná
4. Vlastnosti tekutiny sú konštantné - nezávislé od teploty
5. Tlakové účinky sú zanedbateľné

dostaneme energetickú rovnicu pre oblasť tepelnej medznej vrstvy

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{9}$$

Ľavá strana tejto rovnice predstavuje zmenu vnútornej (tepelnej) energie objemovej jednotky tekutiny medznej vrstvy. Táto zmena je vyvolaná (a je v rovnováhe) so zmenou tepelnej energie vyvolanej kondukciou (prvý člen na pravej strane rovnice) a väčšinou zanedbateľnou zmenou tepelnej energie vyvolanej disipačným efektom vzájomného trenia vrstiev viskóznej tekutiny (druhý člen - uvažuje sa obyčajne len pri extrémne viskóznych tekutinách). Po podelení rovnice s ρc_p ju možno upraviť na tvar

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\upsilon}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\upsilon}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{10}$$

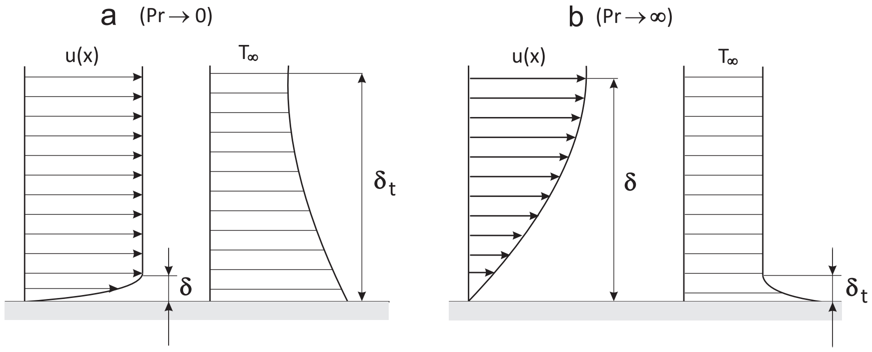
kde

$$Pr=\frac{\mu c_p}{\lambda}=\frac{\upsilon}{\alpha} \qquad [-] \tag{11}$$

je *Prandtlovo číslo* a $\alpha=\lambda/(\rho c_p)$ je tepelná difuzivita (súčiniteľ teplotnej vodivosti tekutiny).

Prandtlovo číslo na rozdiel od Reynoldsovho a Nusseltovho čísla nezávisí od geometrie steny alebo telesa, je to charakteristika samotnej tekutiny. Vyjadruje pomer medzi kinematickou viskozitou υ (charakterizuje difúziu hybnosti v tekutine) a súčiniteľom teplotnej vodivosti α (charakterizuje difúziu tepla v tekutine).

Fyzikálny význam Prandtlovho čísla a jeho vplyv na konvekciu možno najlepšie ilustrovať pri jeho extrémnych hodnotách. Pri veľmi malom Prandtlovom čísle (napr. ortuť) malá hodnota viskozity spôsobí rýchly útlm brzdiaceho vplyvu steny, takže hrúbka medznej dynamickej vrstvy δ je malá; a naopak vysoká termálna difuzivita zapríčiní malý gradient teploty pri stene a hrúbka termálnej medznej vrstvy δ_t je relatívne veľká (obr. 2 a). Pri veľmi vysokej hodnote Prandtlovho čísla (napr. motorový olej) vysoká viskozita rozšíri oblasť brzdiaceho účinku steny (hrúbka dynamickej medznej vrstvy δ je relatívne veľká), nízka tepelná difuzivita vyvolá pri stene vysoký gradient teploty s malou hrúbkou tepelnej medznej vrstvy δ_t (obr. 2 b) s dôsledkom na veľkosť h i Nusseltovo číslo.



Obr. 2 *Porovnanie priebehu rýchlosti a teploty v medznej vrstve pri prúdení tekutiny s veľmi malým a veľmi veľkým Prandtlovým číslom*

Prestup tepla konvekciou v potrubí

Existuje veľké množstvo empirických vzťahov pre určovanie koeficienta prestupu tepla h, ktoré sa zoskupujú podľa toho

- či ide o laminárne alebo turbulentné prúdenie
- či ide o interné prúdenie alebo obtekanie telesa
- aká je geometria obtekaného telesa alebo aký je prierez rúry (kanálu)
- či ide o nútenú konvenciu (so zanedbateľným vplyvom prirodzenej konvekcie) alebo ide o prirodzenú konvekciu

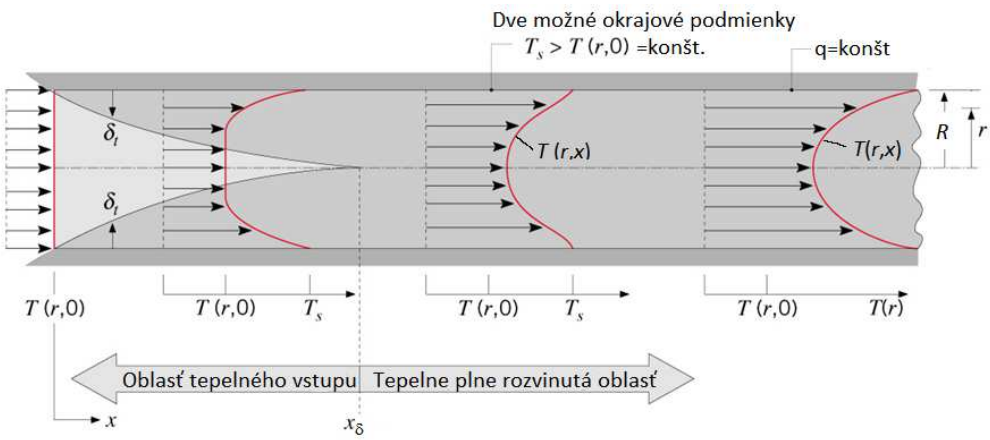
V tejto časti však uvedieme len niekoľko vzťahov využívaných pri približnej analýze prestupu tepla medzi prúdom tekutiny a stenou kruhového potrubia s dĺžkou L a priemerom $D = 2R$. Výsledky dosiahnuté podľa týchto analýz a korelácií porovnáme s riešením pomocou programu Ansys Fluent. Táto voľba vyplýva jednak z praktického významu analýz prúdenia v kruhovom potrubí a tiež z toho, že vnútrajšok potrubia i tvar jeho vnútornej steny, vzhľadom na rotačnú symetriu, sa v programe ľahko graficky edituje, čím sa prácnosť tejto rutinnej (nefyzikálnej) činnosti znižuje na minimum.

Na vstupe do potrubia budeme predpokladať prúdenie nestlačiteľnej newtonovskej tekutiny s rovnomernou vstupnou hodnotou rýchlosti u_{in} a tiež rovnomernú teplotu T_{in}. Ak teplota steny bude väčšia ako T_{in}, potom ustálený teplotný profil tekutiny v potrubí možno charakterizovať podľa obr. 3. Rovnomernosť teploty tekutiny na vstupe $T_{in} = T(r,0)$ účinkom narastania hrúbky tepelnej medznej vrstvy δ_t postupne v *oblasti tepelného vstupu* na vstupnej dĺžke x_δ vymizne a za touto vzdialenosťou sa ustáli tzv. *tepelne plne rozvinutá oblasť*, kde tepelná medzná vrstva zasahuje celý prierez potrubia. Teplota tekutiny $T(r,x)$ sa mení nielen v smere prúdenia ale aj v radiálnom smere; táto jej zmena závisí od termálnych okrajových podmienok, od typu prúdenia a efekte vstupnej dĺžky.

Pri prúdení v potrubí (vo všeobecnosti pri internom prúdení) nemáme k dispozícii teplotu T_∞ ako pri externom prúdení a vzťah (4) sa modifikuje na

$$q(x) = h(x)\left[T_s(x) - T_m(x)\right] \qquad [W/\mathrm{m}^2] \tag{12}$$

kde T_m je *stredná (priemerná) teplota* tekutiny v príslušnom priereze, T_s je teplota steny a h je lokálny koeficient prestupu tepla. Na rozdiel od externého prúdenia s konštantnou teplotou T_∞ sa teplota T_m ohrievanej alebo ochladzovanej tekutiny po dĺžke potrubia mení.



Obr. 3 *Vývoj teplotného profilu ohrievaného prúdu tekutiny v potrubí s kruhovým prirezom*

Väčšinu praktických úloh prenosu tepla pri prúdení tekutiny v potrubí podľa termálnej okrajovej podmienky pre stenu potrubia možno zaradiť do dvoch kategórií:

- Hustota tepelného toku prenášaná do alebo z tekutiny je po dĺžke steny potrubia konštantná ($q = konšt.$, je to klasický prípad rovnomerného ohrievania alebo ochladzovania steny potrubia)
- Teplota steny je konštantná ($T_s = konšt.$, napr. pri vare alebo kondenzovaní kvapaliny na vonkajšej stene potrubia)

O tepelne plne rozvinutej oblasti (obr. 3) hovoríme vtedy, keď sa v potrubí ustáli *bezrozmerný* teplotný profil a platí

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x)-T(x,r)}{T_s(x)-T_m(x)}\right]=0 \qquad \rightarrow \qquad \left[\frac{T_s(x)-T(x,r)}{T_s(x)-T_m(x)}\right]=konšt. \tag{13}$$

Potom pomocou (5) možno zistiť, že v tejto oblasti je koeficient prestupu tepla konvekciou h konštantný

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s-T}{T_s-T_m}\right)\Bigg|_{r=R}=konšt.=\frac{-\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_s-T_m}=\frac{h}{\lambda}=konšt. \tag{14}$$

pričom sa zanedbáva prípadná malá zmena súčiniteľa tepelnej vodivosti tekutiny účinkom zmeny teploty ($\lambda=konšt.$). Tento poznatok možno využiť pri dlhom potrubí so zanedbaním rozdielnych pomerov na relatívne malej vstupnej dĺžke.

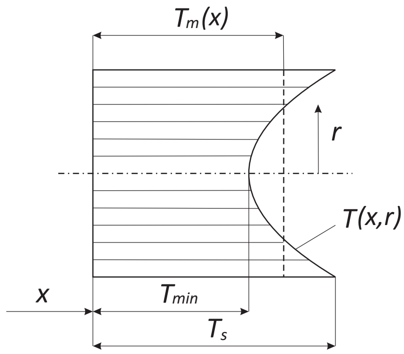
Dĺžku oblasti tepelného vstupu (termálnu vstupnú dĺžku) x_δ možno odhadnúť pomocou týchto vzťahov

$$\begin{aligned} &x_\delta \approx 0{,}053\,\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}\cdot D && \text{pre laminárne prúdenie } (q=\text{konšt.}) \\ &x_\delta \approx 0{,}037\,\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}\cdot D && \text{pre laminárne prúdenie } (T_s=\text{konšt.}) \\ &x_\delta \approx 10D && \text{pre turbulentné prúdenie} \end{aligned} \tag{15}$$

kde charakteristická dĺžka v Reynoldsovom čísle (1) je teraz vnútorný priemer potrubia a potrebné charakteristiky tekutiny by mali byť určené pre priemernú teplotu na tomto úseku.

Stredná (priemerná) teplota T_m

Keď sa tekutina pri prúdení v potrubí ohrieva (alebo ochladzuje), potom sa jej teplota $T(x,r)$ v ľubovoľnom priečnom reze mení od teploty T_s pri stene po minimálmu teplotu (alebo maximálnu pri chladení) v strede prierezu. Pri približnom riešení konvekcie pomocou empirických vzťahov (pri približnom výpočte h) sa táto situácia zjednodušuje tak, že sa v priereze uvažuje stredná (priemerná) hodnota teploty $T_m(x)$ (obr. 4). Jej veľkosť sa určuje pomocou zákona o zachovaní energie. To znamená, že tepelná energia, ktorú prúd transportuje cez prierez S za časovú jednotku pri reálnom prúdení, sa musí rovnať energii, ktorá by prešla cez prierez pri konštantnej teplote T_m. Túto podmienku pomocou obr. 4 možno pre prierez S s normálovou funkciou rýchlosti $u(r,x)$ a hmotnostným prietokom m [kg/s] vyjadriť v tvare



Obr. 4 *Stredná (priemerná) teplota $T_m(x)$ pri ohrievaní tekutiny*

$$\dot{E}_{tek}=mc_pT_m=\int_{\dot{m}} c_pT_m dm=\int_S \rho c_p T u dS \qquad [W]$$

Pre kruhový prierez s konštantnou hustotou ρ, konštantnou hodnotou merného tepla c_p a polomerom R potom dostávame

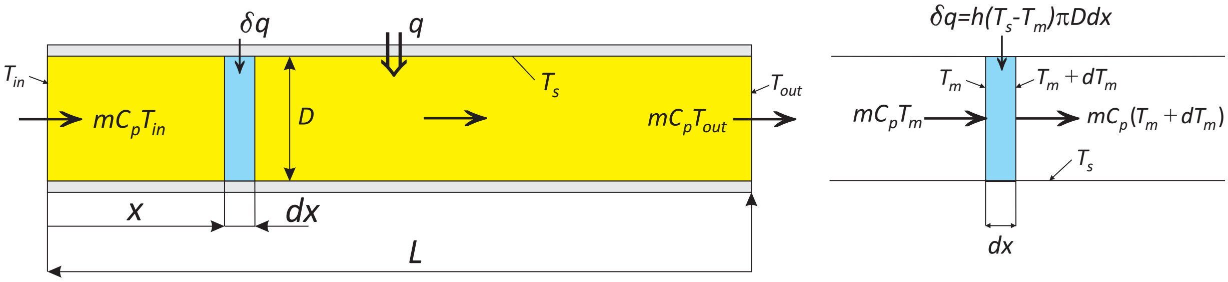
$$T_m(x)=\frac{\int_m c_pT\delta m}{mc_p}=\frac{\int_0^R c_pT\rho u 2\pi r dr}{\rho u_{in}\pi R^2 c_p}=\frac{2}{u_{in}R^2}\int_0^R T(r,x)u(r,x)rdr \tag{16}$$

z čoho vidieť, že stredná teplota tekutiny v potrubí sa po dĺžke potrubia mení a na jej určenie je potrebné poznať funkcie T a u, ktoré vo všeobecnosti nie sú k dispozícii.

Ďalšie cenné informácie o teplotných pomeroch v potrubí a teplote T_m možno získať z energetickej bilancie potrubia ako celku (vo forme kontrolného objemu, obr.5). Množstvo tepla $\dot{Q}$, ktoré za jednotku času prejde stenou potrubia sa musí rovnať prírastku tepelnej energie tekutiny za jednotku času

$$\dot{Q} = q\pi DL = mc_p(T_{out} - T_{in}) \qquad [\mathrm{W}] \tag{17}$$

kde $q\,[W/\mathrm{m}^2]$ je hustota tepelného toku cez stenu potrubia a T_{in}, T_{out} sú *stredné* hodnoty teploty na vstupnom a výstupnom konci potrubia.



Obr. 5 *Tepelné a teplotné pomery v potrubí*

Konštantný tepelný tok

V prípade, že q = konšt., možno zo (17) vyjadriť strednú teplotu tekutiny na výstupe

$$T_{out} = T_{in} + \frac{q\pi DL}{mc_p} \tag{18}$$

Ak teplotnú zmenu c_p zanedbávame, sú to všetko konštanty a vidieť, že v takomto prípade stredná teplota lineárne narastá pozdĺž potrubia (obr. 6)

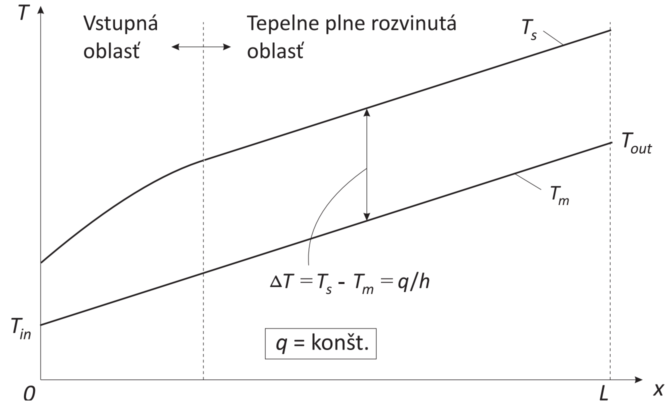
$$T_m(x) = T_{in} + \frac{q\pi Dx}{mc_p} \qquad 0 \le x \le L \tag{19}$$

Potom už možno vyjadriť aj teplotu steny pomocou (12)

$$T_s(x) = T_m(x) + \frac{q}{h(x)} \tag{20}$$

V *tepelne plne rozvinutej oblasti* stredná teplota narastá lineárne, a pretože podľa (14) je h konštantné, potom pri q = konšt., aj $T_s - T_m = konšt.$ Predpokladá sa pritom, pravda, že vlastnosti tekutiny nezávisia od teploty. Ich číselné hodnoty sa pre danú tekutinu odčítávajú z materiálovej databázy pri strednej teplote prúdu

$$T_b = \frac{T_{out} - T_{in}}{2} \tag{21}$$



Obr. 6 *Priebeh strednej teploty* T_m *a teploty steny* T_s *pri okrajovej podmienke pre stenu* $q = konšt.$

Sklon lineárneho priebehu T_m v T-x diagrame možno určiť z energetickej bilancie elementu s hrúbkou dx vyznačeného v obr. 5. Dostávame

$$mc_p dT_m = q\pi D dx \qquad \rightarrow \qquad \frac{dT_m}{dx} = \frac{q\pi D}{mc_p} = konšt. \tag{22}$$

Nakoľko v tepelne plne rozvinutej oblasti je bezrozmerný teplotný profil (13) konštantný, možno postupne napísať

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{T_s - T_m}\left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} \tag{23}$$

a pretože $T_s - T_m$ = konšt. , možno výsledok v (23) doplniť na

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{\partial T_m}{\partial x} = \frac{q\pi D}{mc_p} = \frac{q\pi D}{\rho \frac{\pi D^2}{4} u_m} = \frac{4q}{\rho D u_m} = konšt. \tag{24}$$

Z (24) vyplýva, že v oblasti tepelne i rýchlostne plne rozvinutej oblasti pri $q = konšt.$ sa rýchlostný profil $T(r)$ pozdĺž potrubia nemení (nie je závislý od x), i keď pri stene vychádza z rozdielnych hodnôt T_s .

Konštantná teplota steny

V prípade, že T_s= konšt. , z energetickej bilancie elementu na obr. 5 dostávame

$$mc_p dT_m = h(T_s - T_m)\pi D dx \tag{25}$$

Pretože T_s je konštanta, možno do (25) zaviesť rovnosť $dT_m = -d(T_s - T_m)$ a po úprave platí

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{h\pi D}{mc_p} dx \tag{26}$$

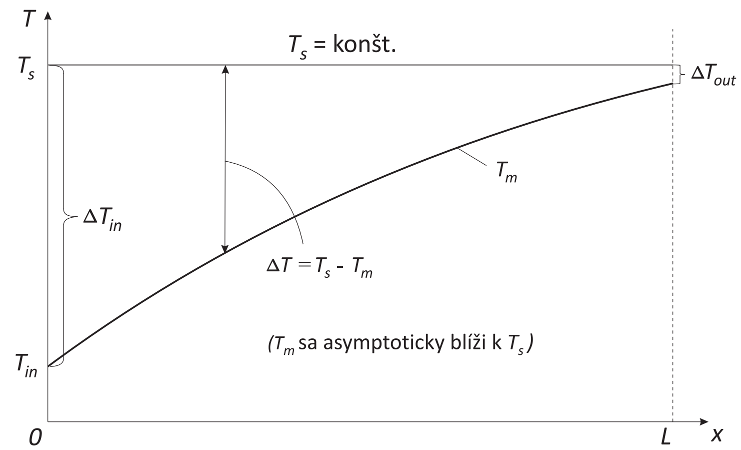
Integrovaním tejto diferenciálnej rovnice so separovanými premennými $(T_s - T_m)$ a x v hraniciach od T_{in} po T_{out} a od x = 0 po x = L dostávame

$$\ell n \frac{T_s - T_{out}}{T_s - T_{in}} = -\frac{\overline{h}\pi D L}{mc_p} \tag{27}$$

kde $\overline{h}$ je spriemerovaný koeficient prestupu tepla. Exponenciálny tvar tohto vzťahu dáva užitočný vzorec pre určenie priemernej teploty na výstupe

$$T_{out} = T_s - (T_s - T_{in}) e^{-\frac{\overline{h}\pi D L}{mc_p}} \tag{28}$$

Ako vidieť, teplotný rozdiel medzi konštantnou teplotou steny a tekutinou sa exponenciálne zmenšuje v smere prúdenia, pričom rýchlosť približovania sa T_m ku T_s závisí od exponentu NUT = $\overline{h}\pi DL/mc_p$ (obr. 7), ktorý



Obr. 7 *Priebeh strednej teploty T_m pri okrajovej podmienke $T_s = konšt.$*

v podstate vyjadruje efektívnosť prenosu tepla. Stredná teplota prúdu sa asymptoticky blíži k teplote steny a pri NUT > 5 sa výstupná teplota tekutiny prakticky rovná teplote steny. Na druhej strane takýto efektívny prenos tepla nemusí byť vždy optimálny z ekonomického alebo priestorového hľadiska, pretože vyžaduje obyčajne dlhé potrubie.

Keď z (27) vyjadríme mc_p dostaneme

$$mc_p = -\frac{\bar{h}\pi DL}{\ell n(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})}$$

a po dosadení tohto výsledku do (17) máme

$$\dot{Q} = \bar{h}\pi DL\Delta T_{\ell n} \tag{29}$$

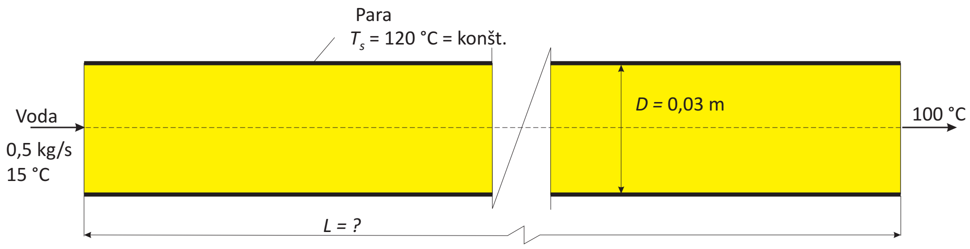
kde

$$\Delta T_{\ell n} = \frac{T_{in} - T_{out}}{\ell n\left[(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})\right]} = \frac{T_{in} - T_{out} + (T_s - T_s)}{\ell n\left[(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})\right]} = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ell n(\Delta T_{out}/\Delta T_{in})} \tag{30}$$

predstavuje pre potrubie číselnú hodnotu *stredného (priemerného) logaritmického teplotného rozdielu* medzi konštantnou teplotou steny a teplotou tekutiny s $\Delta T_{in} = T_s\text{-}T_{in}$ a $\Delta T_{out} = T_s\text{-}T_{out}$. Jeho hodnota nahradzuje v tomto prípade nepresný (najmä pri väčších rozdieloch medzi ΔT_{in} a ΔT_{out}) priemerný aritmetický teplotný rozdiel $\Delta T_{aritm} = T_s - (T_{out} + T_{in})/2$.

<u>Príklad 1</u>

Do tenkostennej medenej rúrky výmenníka tepla s vnútorným priemerom $D = 3$ cm sa privádza za sekundu 0,5 kg vody s teplotou 15 °C. Rúrku po celej dĺžke na vonkajšom povrchu ohrieva para kondenzujúca pri teplote 120 °C (predpokladáme rovnakú teplotu aj na vnútornom povrchu rúrky). Treba určiť takú dĺžku rúrky L, aby sa voda ohriala na 100°C, keď priemerný koeficient prestupu tepla $\bar{h}$ = 900 W/(m^2 °C).



Merné teplo vody pre strednú teplotu tekutiny (100 + 15) / 2 = 57,5 °C je 4185 J/(kg °C). Podľa (17) množstvo tepla, ktoré prejde za jednotku času zo steny rúrky do vody je

$$\dot{Q} = mc_p(T_{out} - T_{in}) = 0{,}5 \cdot 4185(115 - 15) = 209250 \text{ W} = 209{,}25 \text{ kW}$$

Stredný logaritmický rozdiel medzi teplotou steny a strednou teplotou tekutiny je

$$\Delta T_{out} = T_s - T_{out} = 120 - 100 = 20\ {}^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{in} = T_s - T_{in} = 120 - 15 = 105\ {}^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\ell n} = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ell n(\Delta T_{out}/\Delta T_{in})} = \frac{20 - 105}{\ell n(20/105)} = 51{,}3\ {}^\circ\text{C}$$

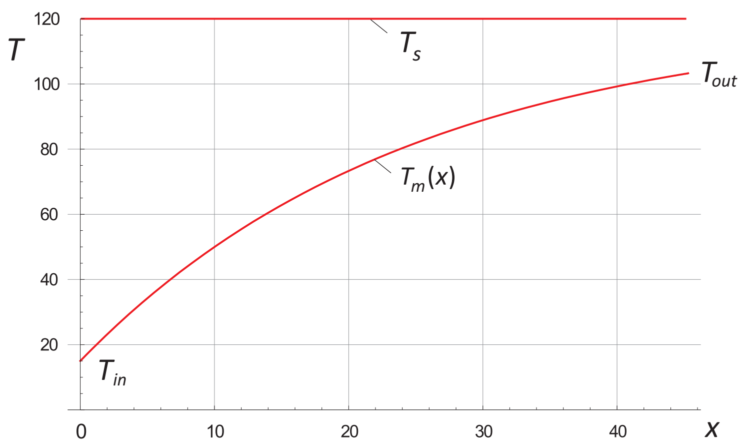
Z (29) potrebná dlžka rúrky je

$$L = \frac{\dot{Q}}{\bar{h}\pi D\Delta T_{\ell n}} = \frac{209{,}25}{0{,}9 \cdot \pi \cdot 0{,}03 \cdot 51{,}3} = 48{,}09 \text{ m}$$

Poznámka k príkladu: Pre priebeh priemernej teploty tekutiny pozdĺž rúrky $T_m(x)$ platí vzťah (28), kde stačí nahradiť dĺžku L premennou x

$$T_m(x) = T_s - (T_s - T_{in})e^{-\frac{\bar{h}\pi Dx}{mc_p}} = 120 - (120 - 15)e^{-\frac{900\pi 0{,}03x}{0{,}5 \cdot 4185}}$$

Grafický priebeh tejto funkcie po dĺžke rúrky a postupné zmenšovanie teplotného rozdielu medzi stenou a ohrievanou vodou je vidieť na tomto obrázku:



Vzhľadom na konkávnosť exponenciálnej funkcie $T_m(x)$ je stredný *aritmetický* rozdiel teploty steny a tekutiny vždy väčší ako stredný *logaritmický* rozdiel, ktorý integrálne zohľadňuje stupeň konkávnosti krivky $T_m(x)$. Aj v tomto príklade, pri relatívne plochej krivke, ak by sme pri výpočte dĺžky rúrky použili

$$\Delta T_{aritm} = T_s - \frac{T_{out} + T_{in}}{2} = 120 - \frac{100 + 15}{2} = 62{,}5\ °\mathrm{C}$$

dostali by sme $L = 39{,}5$ m, namiesto správnych 48,09 m.